講演アブストラクト

研究集会「空間の代数的・幾何的モデルとその周辺」

佐藤 隆夫（東京理科大学理学部第二部数学科）

本講演では自由群の自己同型群に関連するいくつかの最新の結果について解説する．自由群の自己同型群は曲面の写像類群や組み紐群を部分群として含み，位相幾何学的な背景の下，古くから Nielsen, Magnus らによって研究されてきた群である．その重要な部分群に IA 自己同型群 IA_n と言うものがある．これは，自由群のアーベル化に自明に作用する自己同型たちのなす部分群で曲面の写像類群における Torelli 群の自由群類似である．Torelli 群と同様に，IA-自己同型群は現在でも有限表示可能かどうかさえも決定されていない非常に複雑な群でもある．前半の講演では Andreadakis-Johnson filtration に関して，後半の講演では自由群の Fricke 指標環を関連する最新の結果について解説する予定である．詳細は以下の通りである．

F_n を階数 n の自由群とし，$\mathrm{Aut}\,F_n$ で F_n の自己同型群を表す．F_n の降中心列を $\Gamma_n(k)$ とするとき，F_n の剰余群 $F_n/\Gamma_n(k+1)$ に自明に作用する $\mathrm{Aut}\,F_n$ の元たちのなす部分群を $\mathcal{A}_n(k)$ とおく．すると，$\mathcal{A}_n(1)=\mathrm{IA}_n$ であり，$\mathcal{A}_n(k)$ たちは IA_n の中心的降下 filtration になることが知られており，$\mathrm{Aut}\,F_n$ の Andreadakis-Johnson filtration と呼ばれている．この filtration の各次数商 $\mathrm{gr}^k(\mathcal{A}_n)$ たちは，自由アーベル群による IA_n の近似列と見做すことができ，その構造を明らかにすることは，IA_n のホモロジーを研究する上でも重要である．しかしながら，一般に $\mathrm{gr}^k(\mathcal{A}_n)$ を決定することは非常に難しい問題である．

I. 自由群の自己同型群の Andreadakis-Johnson filtration について

$\mathrm{Aut}\,F_n$ の Andreadakis-Johnson filtration は IA_n の降中心列に一致するのではないかという Andreadakis 予想というものがある．$n=2$ のときは Andreadakis 自身が肯定的に解決しているが，一般の n に対しては未解決のままである．最近，自由群の “上三角自己同型” 全体のなす部分群に制限した場合にこの予想が正しいことが組み合わせ群論的に証明できた．前半では主にこの結果について解説したい．

II. 自由群の Fricke 指標環と Johnson 準同型について

自由群の Fricke 指標環においてあるイデアルの降下列を定義し，その冪零商への自由群の自己同型群の作用を考えることで，IA 自己同型群にある中心的降下列が定まる．この降下列は Andreadakis-Johnson filtration と深い関係がある．特に，Johnson 準同型の Fricke 指標版と言うべきものを定義し，写像類群における森田茂之氏の仕事を参考に，第 1 準同型を自由群の自己同型群上に crossed homomorphism として拡張することができた．後半はこれらの結果について解説したい．