

# Quasi-categories of comodules and Landweber exactness

鳥居 猛

(岡山大学大学院自然科学研究科)

2015/08/18

この講演では Hopf algebroid  $BP_*(BP)$  に付随する comodule の圏に関する Hovey-Strickland [1] の結果の一般化について考える。

Landweber exact  $BP_*$ -algebra  $A$  に対して  $\Gamma_A = A \otimes_{BP_*} BP_*(BP) \otimes_{BP_*} A$  とおくと、 $\Gamma_A$ -comodule の圏  $\text{Comod}_{\Gamma_A}$  を考えることができる。また、 $\text{height}(A)$  で  $A$  が分類する形式群の高さを表すとする。

定理 (Hovey-Strickland [1]).  $A, B$  を  $\text{height}(A) = \text{height}(B)$  となる Landweber exact  $BP_*$ -algebra とする。このとき、comodule の圏の同値

$$\text{Comod}_{\Gamma_A} \simeq \text{Comod}_{\Gamma_B}$$

が存在する。

まず、comodule の圏を quasi-category に持ち上げることを考える。 $A$  を  $A_\infty$ -ring spectrum とする。 $\Gamma$  を  $A$ - $A$ -bimodule spectrum のなす quasi-category における coalgebra とすると、left  $A$ -module の quasi-category  $\text{LMod}_A$  の中で、 $\Gamma$ -comodule のなす quasi-category  $\text{Comod}_\Gamma$  を定義することができる。特に、 $A$  を Landweber exact  $A_\infty$   $BP$ -algebra とし、 $\Gamma_A = A \otimes A \simeq A \otimes_{BP} (BP \otimes BP) \otimes_{BP} A$  とすると、 $\Gamma_A$  は coalgebra となり、 $\text{Comod}_{\Gamma_A}$  を考えることができる。

定理.  $A, B$  を Landweber exact  $A_\infty$   $BP$ -algebra とし、 $\Gamma_A = A \otimes A$ ,  $\Gamma_B = B \otimes B$  とする。もし  $\text{height}(A) = \text{height}(B)$  ならば、quasi-category の equivalence

$$\text{Comod}_{\Gamma_A} \simeq \text{Comod}_{\Gamma_B}$$

が存在する。

## References

- [1] M. Hovey and N. Strickland, Comodules and Landweber exact homology theories. Adv. Math. 192 (2005), no. 2, 427–456.