On the cohomology of the free loop space of the classifying space of a spinor group

亀子　正喜　(Masaki Kameko)

以下 G をリー群とし BG をその分類空間とします. コホモロジーは mod 2 コホモロジーとします.

多くの場合, 分類空間 BG のコホモロジーは多項式環になり, 空間 X のコホモロジーが多項式環の場合には X の自由ループ空間 $\mathcal{L}X$ およびその一般化であるねじれループ空間のコホモロジーについてはよくわかっています. たとえば 次の論文を参照してください.

> D. Kishimoto and A. Kono, On the cohomology of free and twisted loop spaces, J. Pure Appl. Algebra **214** (2010), no. 5, 646–653. MR2577671 (2011a:55010)

しかし, 分類空間 BG のコホモロジーが多項式環にならない場合の自由ループ空間 $\mathcal{L}BG$ のコホモロジーの計算については

> K. Kuribayashi, M. Mimura and T. Nishimoto, Twisted tensor products related to the cohomology of the classifying spaces of loop groups, Mem. Amer. Math. Soc. **180** (2006), no. 849, vi+85 pp. MR2203859 (2006k:55032)

での $\mathcal{L}BG = \mathcal{L}B\mathrm{Spin}(10)$ の場合と琉球大学の手塚康誠氏の $\mathcal{L}BG = \mathcal{L}BE_6$ の場合の結果が知られているにすぎません.

この講演ではリー群の分類空間のコホモロジーの一般論から始めてリー群の分類空間の自由ループ空間のコホモロジーと有限シュバレー群のコホモロジーやねじれループ空間のコホモロジーとの関連について触れながらスピノール群 $\mathrm{Spin}(n)$ の分類空間の自由ループ空間 $\mathcal{L}B\mathrm{Spin}(n)$ のコホモロジーについてお話しし, $\mathcal{L}B\mathrm{Spin}(n)$ のコホモロジーの次数付きベクトル空間としての次元の計算がある準同型の核の次元の計算に帰着できることを示しそれを用いて次の定理を証明します.

Theorem 1.1. すべての $n \geq 3$ とすべての奇素数標数の有限体 $\mathbb{F}_q$ に対して $\mathcal{L}B\mathrm{Spin}(n)$ と有限シュバレー群 $\mathrm{Spin}(\mathbb{F}_q)$ のコホモロジーは次数付きベクトル空間として同型になる.

さらに $n = 10, 11$ の場合の $\mathcal{L}B\mathrm{Spin}(n)$ のコホモロジーの計算結果についてお話いたします.