

# Torsion functor description of loop (co)products on Gorenstein spaces

栗林 勝彦 (信州大学)

空間の代数的・幾何的モデルとその周辺

2012年9月12日, 京都大学数理解研究所

閉多様体  $M$  上の交叉積は shriek 写像を用いて定義される. この写像を自由ループ空間  $LM$  のホモロジーに持ち上げることで Chas-Sullivan ループ積やさらにループ余積を含む一般のストリング作用素が定義される. 近年, Félix, Thomas はこれらの作用素を一般化し Gorenstein 空間上で定義した. 結果, Gorenstein 空間の特異コチェイン複体がつくる微分代数の導来圏において, 適切な shriek 写像を選択することで“導来ストリングトポロジー”を展開できる.

本講演では, Gorenstein 空間について概説し, そのループコホモロジー上で定義される双対ループ (余) 積の微分捻れ関手による表記について解説する. この Chas-Sullivan のループ (余) 積の新解釈を利用して, Gorenstein 空間の相対的ループホモロジーに収束する Eilenberg-Moore 型スペクトル系列が構成される. 講演の後半ではこのスペクトル系列の性質, 具体的な計算例を解説し, 相対的ループホモロジーのもつ関手的諸性質に注目する.

本講演内容は Luc Menichi 氏 (Université d'Angers) と内藤貴仁氏 (信州大学) との共同研究に基づく.

以下は予定される各章のタイトル, 主定理を証明するための鍵となる図式そして参考文献である.

§1 Gorenstein spaces and derived string topology [1, 2, 3]

§2 Torsion functor description of loop (co)products [4]

§3 The Eilenberg-Moore spectral sequence for the loop homology and its applications [4]

$$(0.1) \quad \begin{array}{ccccc} & & LM \times LM & \xrightarrow{i} & M^I \times M^I \\ & \nearrow q & \downarrow p \times p & & \downarrow p \times p \\ LM \times_M LM & \xrightarrow{\quad} & M^I \times_M M^I & \xrightarrow{\tilde{q}} & M^I \times M^I \\ \downarrow & \nearrow \Delta & \downarrow j & \downarrow (ev_0, ev_1, ev_0) = u & \downarrow \\ M & \xrightarrow{\Delta} & M \times M & \xrightarrow{\Delta \times \Delta} & M^4 \\ & \searrow (1 \times \Delta) \circ \Delta = v & \downarrow & \downarrow 1 \times \Delta \times 1 = w & \\ & & M^3 & & \end{array}$$

$$(0.2) \quad \begin{array}{ccccc} & & LM \times_M LM & \xrightarrow{j} & M^I \times_M M^I \\ & \nearrow Comp & \downarrow k & \downarrow Comp = c & \downarrow (ev_0, ev_1, ev_0) = u \\ LM & \xrightarrow{\quad} & M^I & \xrightarrow{\quad} & M^I \\ \downarrow p & \nearrow & \downarrow (1 \times \Delta) \circ \Delta & \downarrow p & \downarrow \\ M & \xrightarrow{\Delta} & M & \xrightarrow{\quad} & M^3 \\ & \searrow & \downarrow & \downarrow p_{13} & \\ & & M \times M & & \end{array}$$

## REFERENCES

- [1] M. Chas and D. Sullivan, String topology, preprint (math.GT/0107187).
- [2] Y. Félix, S. Halperin and J. -C. Thomas, Gorenstein spaces. Adv. in Math. **71**(1988), 92-112.
- [3] Y. Félix and J. -C. Thomas, String topology on Gorenstein spaces, Math. Ann. **345**(2009), 417-452.
- [4] K. Kuribayashi, Luc Menichi and T. Naito, Derived string topology and the Eilenberg-Moore spectral sequence, in preparation.