

BV structures on the homology of the framed long embedding spaces

境 圭一 (信州大学理学部)

ksakai@math.shinshu-u.ac.jp

\mathbb{R}^j から \mathbb{R}^n への埋め込み (はめ込み) で, コンパクト集合の外では標準的な包含写像に一致するものを long embedding (immersion) と呼び, それらのなす集合に C^∞ 位相を入れた空間を $E_{n,j}$ ($I_{n,j}$) と書きます. また, 管状近傍の自明化つきの long embedding を framed long embedding と呼び, それらのなす空間を $fE_{n,j}$ と書きます.

この講演の前半では, $H_*(fE_{n,1}; \mathbb{Q})$ に BV 代数構造が入ることを幾何学的な観点から説明します. これは自由ループ空間の場合の M. Chas-D. Sullivan の構成の類似で, R. Budney と P. Salvatore により予想されていた (大体知られていた) ものです.

後半では, 上記の BV 代数構造の由来に関わる (と思われる) ことをお話しします. $fE_{n,j}$ の代わりに, 包含写像 $E_{n,j} \rightarrow I_{n,j}$ のホモトピーファイバー $\overline{E}_{n,j}$ を考えます. 位相的埋め込みの空間に関する R. Lashof らの考察をよく見ると, $n-j > 2$ のとき $\overline{E}_{n,j}$ が $j+1$ 重ループ空間と弱ホモトピー同値で (このことは $j=1$ の場合は D. Sinha により知られていました), その delooping には $SO(n-j)$ が作用することがわかります. 帰結として, n, j に関する然るべき条件の下で $H_*(\overline{E}_{n,j}; \mathbb{Q})$ 上に BV_j 代数構造が入ります.