行列型戸田の積と3次Baues–Wirschingコホモロジーについて

百瀬　康弘　(信州大学大学院 総合工学系研究科)

本研究は新海健一郎氏 (信州大学) との共同研究に基づく結果である.

Baues–Wirsching コホモロジーは群のコホモロジーや圏代数の Hochschild コホモロジーをも記述する小圏のコホモロジーであり, 特に, 3次Baues–Wirschingコホモロジーは小圏の線形トラック拡張を分類する意味で重要な研究対象である.

一方, 戸田の積は球面のホモトピー群の計算に対して非常に有効な道具である. また, Baues と Dreckmann [1] によって, 3次Baues–Wirschingコホモロジーの (普遍戸田の積と呼ばれる) ある元が戸田の積を記述することが示されている.

戸田の積の変形としてBarratt は基点付き位相空間の圏上で行列型戸田の積を導入した. さらに, Hardie, Kamps と Marcum [2] は行列型戸田の積を 0-対象を持つ 2-圏上へ 2-射の集合として一般化した. 本講演ではまず, 普遍戸田の積によって行列型戸田の積を記述したことを述べる. これにより, 基点付き位相空間から 0-対象を持つ 2-圏へ適用範囲が広がり, 行列型戸田の積の計算によって普遍戸田の積の非自明性を考察する枠組みが得られた.

その次に, 非自明な行列型戸田の積の構成を述べる. ここでは, 具体的な 2-圏の例としてアーベル圏上の鎖複体の圏を用いる. また, 鎖複体の 2-圏のホモトピー圏は三角圏であるが, Heller [3] は三角圏における戸田の積を導入しそれが非自明になる条件を明らかにしている. この結果を利用するために, 鎖複体の 2-圏における行列型戸田の積を鎖複体のなす三角圏における戸田の積として記述した.

一つの結果として, ある "行列型戸田圏" を含む任意の小圏に対して, その3次Baues–Wirschingコホモロジーの非自明性を示すことが出来る.

参考文献

[1] Hans Joachim Baues and Winfried Dreckmann. The cohomology of homotopy categories and the general linear group. *K-Theory*, 3(4):307–338, 1989.

[2] K. A. Hardie, K. H. Kamps, and H. J. Marcum. A categorical approach to matrix Toda brackets. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 347(12):4625–4649, 1995.

[3] Alex Heller. Stable homotopy categories. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 74:28–63, 1968.