

On the relation between cotorsion pairs and model structures on abelian, exact, and triangulated categories

中岡 宏行 (鹿児島大学)

アーベル圏・完全圏や三角圏といったホモロジー代数の舞台となる圏における, ある種のモデル構造と余ねじれ対のペアとの対応についてご紹介します. 余ねじれ対 (cotorsion pair) の概念は, 加群の圏でこれを導入した Salce [S79] に遡るようです.

Hovey [H02],[H07] により, アーベル圏上のモデル構造と良い余ねじれ対の対応が示されました. そこでは, 余ねじれ対のペアから生じるモデル構造は abelian model structure と呼ばれています. この対応は Gillespie ([G11] 等) により, 弱べき等完備な完全圏に exact model structure という名称のもと一般化されています.

三角圏においては, もはや圏は (余) 完備とは要求し難いですが, やはり類似として ((余) 完備性や functorial factorization を要求しない) モデル構造と良い余ねじれ対のペアとの間に対応が得られることが, Yang により示されました [Y15]. 同論文においてこの結果は三角圏の proper class of triangles を用い, 一般に三角圏での relative homological algebra に適用可能な形で示されています.

本講演では上記の文献等に基づいて解説を行うとともに, これらを含む加法圏のあるクラスを導入 [NP] し, 同様のモデル構造と余ねじれ対のペアとの対応もご紹介できればと思います. 本講演の一部は, Yann Palu 氏との共同研究の内容に基づきます.

参考文献

- [G11] Gillespie, J.: *Model structures on exact categories*. J. Pure Appl. Algebra **215** (2011) no. 12, 2892–2902.
- [H02] Hovey, M.: *Cotorsion pairs, model category structures, and representation theory*, Math. Z. **241** (2002) no. 3, 553–592.
- [H07] Hovey, M.: *Cotorsion pairs and model categories*. *Interactions between homotopy theory and algebra*, 277–296, Contemp. Math., **436**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2007.
- [NP] Nakaoka, H.; Palu, Y.: *Mutation via Hovey twin cotorsion pairs and model structures in extriangulated categories*, arXiv:1605.05607.
- [S79] Salce, L.: *Cotorsion theories for abelian groups* in Symposia Mathematica, Vol. XXIII (Conf. Abelian Groups and their Relationship to the Theory of Modules, INDAM, Rome, 1977) (1979), 11–32.
- [Y15] Yang, X.: *Model structures on triangulated categories*. Glasg. Math. J. **57** (2015) no. 2, 263–284.