非可換射影空間の圏論的特徴付けについて

上山健太
（弘前大学教育学部）

射影スキーム $X = \operatorname{Proj} A$ から，X 上の連接層のなすアーベル圏 $\operatorname{coh} X$ をつくる操作は幾何的な情報を失わないことが知られています．X でなく $\operatorname{coh} X$ を扱う利点は，圏同値を介して様々な分野との繋がりが得られることが挙げられます．このことを背景に Artin-Zhang [1] は，"非可換次数付き代数 A から $\operatorname{coh} X$ に相当するアーベル圏を構成し，その圏を非可換射影スキームとみなす" という考えで，非可換射影スキームの基礎的理論を確立しました．その後，非可換射影スキームは非可換代数幾何学の主要な研究対象となっています．可換の場合，最も素朴な射影スキームは $\operatorname{Proj} k[x_1, \dots, x_d] \cong \mathbb{P}_k^{d-1}$ であることに倣い，非可換射影スキームの中でも特に，非可換射影空間が盛んに調べられています．"多項式環のようなホモロジー代数的性質を持つ非可換環" として AS-regular 代数を定義し，"AS-regular 代数から構成する非可換射影スキーム" として非可換射影空間を定めます．

一方で，近年，AS-regular 代数は有限次元代数の表現論とも密接に関わっていることが分かってきました．その過程で AS-regular 代数の定義は拡張され，[2] では "有限次元代数 R 上の AS-regular 代数" という概念が導入されました．（元々の AS-regular 代数は，k 上の AS-regular になります．）"R 上の AS-regular 代数から構成される非可換射影スキーム" は R 上の非可換射影空間と考えられます．

R 上の非可換射影空間は，非可換代数幾何学的に非常に良いアーベル圏ですので，他分野との繋がりを意識した際に次の疑問が生じます．

任意に与えられたアーベル圏 $\mathcal{C}$ は，いつ R 上の非可換射影空間と圏同値になるか？

この問いへの答えとして，$\mathcal{C}$ が満たすべき必要十分条件を紹介します．本講演は，静岡大学の毛利出氏との共同研究 [3] に基づきます．

参考文献

[1] M. Artin and J. J. Zhang, Noncommutative projective schemes, *Adv. Math.* **109** (1994), no. 2, 228–287.

[2] H. Minamoto and I. Mori, The structure of AS-Gorenstein algebras, *Adv. Math.* **226** (2011), no. 5, 4061–4095.

[3] I. Mori and K. Ueyama, A categorical characterization of quantum projective spaces, preprint, `arXiv:1708.00167`.

E-mail: `k-ueyama@hirosaki-u.ac.jp`