加群の周期次元について

臼井　智　(東京理科大学)*

環の表現論は、Cartan-Eilenberg [2] によって創設されたホモロジー代数を契機として目覚ましい発展を遂げてきました。特に、彼らによって導入された加群の射影分解は、現代の環の表現論に必須の概念となっています。

極小射影分解が高次数で周期的であるような加群を終局周期加群といいます。この加群には、極小射影分解が周期的になる次数およびその周期という 2 つの値が付随しています。Avramov [1] は、ある仮定のもと、終局周期加群の次数の上界を与え、周期は 1 か 2 であることを示しています。また、講演者 [6] は、終局周期加群の周期とテイトコホモロジー環の斉次可逆元の次数の間に密接な関係があることを見出しています。上記以外にも次数・周期に関する結果 [3, 4, 5] があることを指摘しておきます。

この講演では、終局周期加群に付随している次数に焦点をあて、現在までに得られている結果について説明します。具体的には、まず、次数を詳しく調べるための道具として加群の周期次元を導入し、その基本的な性質を述べることから始めます。その後、ゴレンシュタイン次元による周期次元の不等式評価や多元環の両側周期次元に関する結果を紹介したいと思います。

参考文献

[1] L. L. Avramov. Modules of finite virtual projective dimension. *Invent. Math.*, 96(1):71–101, 1989.

[2] H. Cartan and S. Eilenberg. *Homological algebra.* Princeton University Press, Princeton, N. J., 1956.

[3] V. Dotsenko, V. Gélinas, and P. Tamaroff. Finite generation for Hochschild cohomology of Gorenstein monomial algebras. *Selecta Math. (N.S.)*, 29(1):Paper No. 14, 2023.

[4] D. Eisenbud. Homological algebra on a complete intersection, with an application to group representations. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 260(1):35–64, 1980.

[5] V. N. Gasharov and I. V. Peeva. Boundedness versus periodicity over commutative local rings. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 320(2):569–580, 1990.

[6] S. Usui. Characterization of eventually periodic modules in the singularity categories. *J. Pure Appl. Algebra*, 226(12):Paper No. 107145, 2022.

* e-mail: 1119702@alumni.tus.ac.jp