

Rational homotopy theory and the cohomology of free loop spaces

若月駿 (名古屋大学)

位相空間 X と体 \mathbb{K} に対して、コホモロジー $H^*(X; \mathbb{K})$ やホモトピー群 $\pi_*(X) \otimes \mathbb{K}$ を計算することは一般に困難である。しかし \mathbb{K} が有理数体 \mathbb{Q} (または標数 0 の体) の場合であれば、有理ホモトピー論を用いることでこれらを非常に効率的に計算することができる。

有理ホモトピー論を用いた計算において鍵となるのは、位相的な操作を代数的な操作へと「翻訳」することである。例えば、Künneth の定理を用いると、位相空間の直積が DGA のテンソル積へと「翻訳」されることが分かる。ファイブレーションや写像空間といった、さらに複雑な位相空間の構成方法についても同様の「翻訳」が可能である点が、有理ホモトピー論の利点である。

この連続講演の前半では、有理ホモトピー論の基礎事項、特に Sullivan モデルについて解説する。後半では Sullivan モデルを用いたファイブレーションの記述について解説し、その応用として自由ループ空間のコホモロジーの計算方法を紹介する。いずれの内容も、Félix-Halperin-Thomas の教科書 [FHT01] に基づいたものである。また、講演者が開発しているソフトウェア `kohomology` [Wak] についても紹介したい。

参考文献

- [FHT01] Y. Félix, S. Halperin, and J.-C. Thomas. *Rational homotopy theory*, volume 205 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, New York, 2001.
- [Wak] S. Wakatsuki. `kohomology`. <https://shwaka.github.io/kohomology>.