

Cartan calculus in string topology

内藤 貴仁 (日本工業大学)

この講演では, [4] に関する解説を行う.

Cartan calculus の古典的な例として, 滑らかな多様体 M 上のベクトル場 X に対して定義される, de Rham 複体 $(\Omega^*(M), d)$ 上の Lie 微分 L_X と内部積 ι_X がある. これらは, 写像

$$L, \iota : \text{Der}(C^\infty(M)) \rightarrow \text{Der}(\Omega^*(M))$$

を誘導し, Cartan (magic) formula と呼ばれる関係式 $L_X = [d, \iota_X]$ をみたす事が知られている. ここで $[\ , \]$ は, 交換子を表す. Goodwillie [2] は, $\mathbb{K}$ 代数の Hochschild ホモロジー上に, $\mathbb{K}$ 代数の derivation を用いて Cartan calculus を定義し, それにより (周期的) 巡回ホモロジーへの応用を与えている. [3] では, Goodwillie の Cartan calculus を, dg 代数の Hochschild ホモロジーの場合に拡張し, その幾何学的対応物となる, 自由ループ空間のホモロジー上の Cartan calculus を与えた.

一方, Chas-Sullivan [1] によって創始されたストリングトポロジー理論により, 向きづけられた閉多様体の自由ループ空間のホモロジーは, 様々な代数構造を持つことが知られている. この講演では, その中でもループ積とループ括弧積によって与えられる Gerstenhaber 代数構造に着目し, 上述の Cartan calculus との関係について紹介する予定である.

参考文献

- [1] M. Chas and D. Sullivan, String topology. arXiv preprint math/9911159 (1999).
- [2] T. G. Goodwillie. Cyclic homology, derivations, and the free loop space. *Topology*, 24(2), 187-215, 1985.
- [3] K. Kuribayashi, T. Naito, S. Whakatsuki, T. Yamaguchi. Cartan calculi on the free loop spaces, *Journal of Pure and Applied Algebra*, 228(11), 107708, 2024.
- [4] T. Naito. Cartan calculus in string topology. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 152(4):1789–1801, 2024.