

Descent for structured modules

鳥居 猛

(岡山大学大学院自然科学研究科)

可換環の準同型 $f : A \rightarrow B$ があると、 A 加群の圏 Mod_A と B 加群の圏 Mod_B の間に随伴関手

$$B \otimes_A (-) : \text{Mod}_A \rightleftarrows \text{Mod}_B : f^*$$

ができる。このとき $B \otimes_A (-)$ は descent category と呼ばれる圏 $\text{Desc}(f)$ を経由する。古典的な Grothendieck の定理は f が faithfully flat のとき、

$$\text{Mod}_A \rightarrow \text{Desc}(f)$$

が圏の同値であると主張する。これはホモトピー論的には次のように述べることができる。 f の Čech nerve によりできる余単体的可換環を B_\bullet とすると、 f が faithfully flat のとき、 A 加群の圏 Mod_A から余単体的圏のホモトピー逆極限への関手

$$\text{Mod}_A \longrightarrow \text{holim}_{\Delta} \text{Mod}_{B_\bullet}$$

が圏の同値を与える。

Structured module (あるいは spectrum) は加群のホモトピー論における対応物であり、structured commutative ring (あるいは E_∞ -ring spectrum) は可換環のホモトピー論における対応物である。この講演では、structured commutative ring 上の structured module に対する descent theory を higher category を用いて定式化するお話をします。