

Lipschitz 環のコホモロジーについて
川村一宏 筑波大学数理物質系数数学域
kawamura@math.tsukuba.ac.jp

位相環 A と両側位相 A 加群 X に対し, A から X への連続多重線形写像を cochain とし, coboundary を通常の方法で定義することにより, continuous Hochschild cohomology $H^n(A, X)$ を定めることができます。 A が単位元を持ち X が単位的なら, テンソル積および射影加群の適切な定義のもとに同型 $H^n(A, X) \cong \text{Ext}_{A^e}^n(A, X)$ が成り立ちます (A^e は A の enveloping algebra)。

任意の双対 A 加群 X^* にたいして $H^1(A, X^*) = 0$ を満たす Banach 環 A は amenable algebra と呼ばれていて, 局所コンパクト群 G が amenable (並行移動で不変な有界関数上の平均作用素が存在する) であるための必要十分条件は G の group algebra $L^1(G)$ が amenable であることが知られています (Johnson). また具体的な Banach 環 A に対して $H^n(A, A^*)$ を決定-あるいは自明性を判定-すること, 数種類のホモロジー次元を求めることなどが, Johnson, Helemski をはじめとする多くの人々によって研究されています. ここではこういった研究のいくつかを紹介し, コンパクト距離空間上の Lipschitz 関数全体のなす Lipschitz 環のコホモロジーについて最近得られた結果を報告します.