INTRODUCTION TO MIXED FROBENIUS MANIFOLDS

三鍋 聡司 (東京電機大学工学部)

フロベニウス多様体とは, 平坦な計量を持つ多様体であって, 各点の接空間が可換な結合代数の構造を持ち, さらにその代数構造と平坦計量が様々な整合性の公理を満たすものである. これは 2 次元の位相的場の理論の族を記述する幾何構造として Dubrovin [1] によって定式化されたもので, 代表的な例としては,

(A) シンプレクティック多様体の量子コホモロジー (Dubrovin '96),

(B) カラビ・ヤウ多様体の複素構造の (拡大) モジュライ空間 (Barannikov–Kontsevich '98),

(LG) 孤立特異点の普遍開折の底空間 (Saito '83),

などがある. この 3 種類の例はいずれもミラー対称性の研究において重要であり, カラビ・ヤウ多様体のミラー対称性は (A) 型と (B) 型のフロベニウス多様体の同型として, またファノ多様体のミラー対称性は (A) 型と (LG) 型のフロベニウス多様体の同型として定式化できる.

本講演では, フロベニウス多様体の一般化である混合フロベニウス多様体について紹介する. これは [2] で導入されたもので, 局所カラビ・ヤウ多様体と呼ばれる非コンパクトなカラビ・ヤウ多様体[1]のミラー対称性 (局所ミラー対称性) の定式化において自然に現れると期待される構造である. 混合フロベニウス多様体は, 各点の接空間が代数構造を持つという点ではフロベニウス多様体と同じだが, 平坦計量が接空間全体では定義されず, 各接空間に指定されたイデアルの飽和フィルターの逐次商 (graded quotient) にのみ存在する点で, フロベニウス多様体とは異なるものである[2]. 講演では, 局所ミラー対称性からの動機と混合フロベニウス多様体の定義を説明し, 局所カラビ・ヤウ多様体の量子コホモロジーの場合に混合フロベニウス多様体の構成法を述べる.

References

[1] Dubrovin, Boris, *Geometry of 2D topological field theories*, in Integrable systems and quantum groups (Montecatini Terme, 1993), 120–348, Lecture Notes in Math. **1620**, Springer, Berlin, 1996.

[2] Konishi, Yukiko and Minabe, Satoshi, *Mixed Frobenius Structure and Local A-model*, preprint (2012), `arXiv:1209.5550 [math.AG]`.

E-mail address: `minabe@mail.dendai.ac.jp`

[1]典型例はファノ多様体の標準直線束の全空間である.

[2]混合フロベニウス多様体はフロベニウス多様体のある種の極限になっていると思われる. 平坦計量が全体で定義されていない点は, 弦理論的には重力が decouple した状況に対応しているのではないかと思う.