p コンパクト群の分解と Steenrod 作用素

高知大学理学部　　逸見 豊

この講演で話すことは，前半は，荻君，西信君との共同研究であり，後半は，河本君との共同研究である．

最初に，$\mathbb{F}_p$ 係数の cohomology 群上の Steenrod operation の作用について次の結果を報告する．ただし，すべての空間は素数 p で完備化されているとする．

Theorem 1. *p は奇素数とし，X は単連結で p-torsion をもたない p コンパクト群とする．このとき，X は*

$$X \simeq X_1 \times \cdots \times X_m,$$

のように分解する．ただし，各 X_j は次をみたす p コンパクト群，または奇数次元球面である．

各 X_j の mod p cohomology $H^*(X_j;\mathbb{F}_p)$ は primitive な生成元 x_i $(1 \le i \le k)$ で

$$H^*(X_j;\mathbb{F}_p) \cong \Lambda(x_1,\ldots,x_k), \quad \deg x_i = 2n_i - 1$$

を満たすものをもち，$n_j - n_i = t(p-1)$ $(t>0)$ であるとき，次が成り立つ．

$$\mathcal{P}^t x_i = \binom{n_i - 1}{t} x_j.$$

次に，p コンパクト群の atom 空間への分解に関して次を示す．ただし，$B_n^k(p)$ は Mimura, Nishida, Toda による，p-torsion をもたない単連結コンパクト Lie 群の mod p atom 分解に現れる空間で，次をみたすものである．

$$H^*(B_n^k(p);\mathbb{F}_p) \cong \Lambda(x_1,\ldots,x_k), \quad \deg x_i = 2n+1+2(i-1)(p-1).$$

Theorem 2. *p が奇素数のとき，任意の p-torsion をもたない単連結 p コンパクト群は，次の atom 空間の積に一意的に分解される．*

(i) $B_n^k(p)$ $(1 \le n \le p-1)$

(ii) S^{2n+1} $(n \ge 1)$

(iii) G_2, $B_5^2(3)$ *for* $p=3$

(iv) $B_7^2(5)$, $X(29,5)$, $X(31,5)$ *for* $p=5$

(v) $B_{11}^4(7)$, $X(34,7)$ *for* $p=7$

(vi) $B_{13}^2(11)$, $B_{19}^2(11)$ *for* $p=11$

(vii) $B_{17}^2(13)$ *for* $p=13$

ただし，記号 $X(n,p)$ は$\#n$ の Clark-Ewing p コンパクト群を意味し，cohomology は次のようになっている．

$$H^*(X(29,5);\mathbb{F}_5) = \Lambda(x_7,x_{15},x_{23},x_{39})$$
$$H^*(X(31,5);\mathbb{F}_5) = \Lambda(x_{15},x_{23},x_{39},x_{47})$$
$$H^*(X(34,7);\mathbb{F}_7) = \Lambda(x_{11},x_{23},x_{35},x_{47},x_{59},x_{83}).$$

ここで $\deg x_i = i$ である．