Hochschild コホモロジーの長完全列

長瀬　潤（東京学芸大学）

有限群 G より得られる分類空間を BG とすると，それぞれのコホモロジー群が一致する。このことから代数的位相幾何学の手法を用いて有限群のコホモロジー群およびコホモロジー環を調べることができる。次は有限群のコホモロジーにおける基本的かつ重要な性質である。

体 k 上の群環 kG と有限次元 kG-加群 M に対し，コホモロジー環 $H^*(G,k)$ はネーター的代数であり，コホモロジー群 $H^*(G,M)$ は $H^*(G,k)$-加群としてネーター的である（一般的には k をネーター的可換環とするが，ここでは便宜上，体とする。）([2], [4])。

この性質は群環 kG の Hochschild コホモロジーでも成立する。一方，Hochschild コホモロジーは群環に限らず一般の非可換代数で定義されるが，上のネーター的性質が成り立つとは限らない。しかし，このネーター的性質が成立する代数においては，その上の加群に付随する多様体（台多様体）を通して加群の諸性質を知ることができる（[1]）。

群のコホモロジーにおけるネーター的性質は，特別な部分群の場合に帰着させることで代数的に証明される（[2]）。一方，一般の代数の Hochschild コホモロジーにおいては，そのような良い帰着先がないため，代数のクラスを限定し個別に計算が行われている。この講演では，特別なイデアル（階層化イデアル）を持つ代数の Hochschild コホモロジーに関する長完全列（[3]）を紹介し、そのネーター的性質についての研究にも言及したい。

References

[1] K. Erdmann, M. Holloway, N. Snashall, Ø. Solberg and R.Taillefer: *Support varieties for self-injective algebras*, K-theory. **33** (2004), no. 1, 67–87.

[2] L. Evens: *The cohomology ring of a finite group*, Trans. Amer. Math. Soc. **101** (1961) 224—-239.

[3] S. Koenig and H. Nagase: *Hochschild cohomology and stratifying ideals*, J. Pure Appl. Algebra. **213** (2009), no. 5, 886–891.

[4] B. B. Venkov: *Cohomology algebras for some classifying spaces*, (Russian) Dokl. Akad. Nauk SSSR **127** (1959) 943–944.