

# Cellular stratified spaces and Morse theory

空間の代数的・幾何的モデルとその周辺

信州大学 田中 康平

胞複体  $X$  に対し、胞体の包含関係によって face poset が構成され、その分類空間 (order complex) は  $X$  が regular なときに、もとの  $X$  と同相であることが知られている。では non-regular な場合ではどうかというと、face poset の情報から再構成するのは一般的に困難である。

ところで poset は morphism が一本しかない category と考えることができる。non-regular な胞複体を再構成するには、morphism がもっと大きな集合、あるいは空間であるような、(topological) face category を考えるというのが1つのアイデアである。

信州大学の玉木氏は、[Tam] において胞複体よりも一般的な概念である cellular stratified space に対し、その face category の分類空間が元の空間と同相、ないしホモトピー同値となる条件として「cylindrical structure」なるものを与えている。その着想に至ったきっかけは Cohen, Jones, Segal らの Morse function から flow category を構成し、その分類空間で元の多様体を再構成するという試みである [CJS]。

今回の講演では、Morse function によって与えられる非安定多様体による胞体分割 [Kal], [Kal'] が cylindrical structure を持ち、その (cylindrical)face category と flow category が一致していることを示す。これにより、[CJS] による多様体の再構成も、その胞体分割の cylindrical structure に着目することによって示すことができる。

## References

- [CJS] R. L. Cohen, J.D.S. Jones, and G. B. Segal. Morse theory and classifying spaces, <http://math.stanford.edu/~ralph/morse.ps>. preprint.
- [Kal] Gudrun Kalmbach. On Some Result In Morse Theory. Can. J. Math., Vol. XXVII, No. 1, 1975, pp. 88-105.
- [Kal'] Gudrun Kalmbach. Deformation retracts and weak deformation retracts of noncompact manifolds, Proc. Amer. Math. Soc. 20 (1969), 539-54.
- [Tam] Dai Tamaki. Cellular Stratified Spaces, arXiv:1106.3772.