

ホモトピー代数入門 I

ホモトピー代数入門の講演の目的は抽象的な (topology に立脚しない) ホモトピー論を model category の枠組に沿って解説することである。

ホモトピー論は元々、topological space (と連続写像) の連続的な変形に関し不変な性質を調べる為に発展してきた学問だが、Kan が simplicial set に対し本質的に同等なホモトピー論を建設したことにより、topology の基礎付けから解放された。その後 Quillen が著書 "Homotopical algebra" の中で、圏 \mathcal{C} においてホモトピー論をやる為の適切な枠組として model category の概念に与え、simplicial set の圏 \mathcal{S} と topological space の圏 \mathcal{J} がともに model category で、そのホモトピー圏 $H_o\mathcal{S}$ と $H_o\mathcal{J}$ が同値になるという形で Kan の結果を定式化した。更に Quillen は論文 "Rational homotopy theory" の中でいくつかの model category とそれらの同値を通じて有理ホモトピー論を展開した。以後今日に至るまで topological (または simplicial) ホモトピー論、代数幾何、複素解析幾何、代数学、 C^* -代数等様々の分野で model category が設定され、ホモトピー論が展開されている。

今回の講演では、model category の定義から始めて、基本的な例を通して基礎的な概念に慣れ親しんでもらうとともに、本格的な教科書に入っていく前にある程度の展望をもってもらうことを目指している。

ホモトピー代数入門 I では

- model category の定義
- チェイン複体の圏、位相空間の圏等が model category となることの確認 (ここですでに、いくつかの有用な議論のひな形が現れる)
- Whitehead の定理、ホモトピー圏の構成等

を説明する予定である。