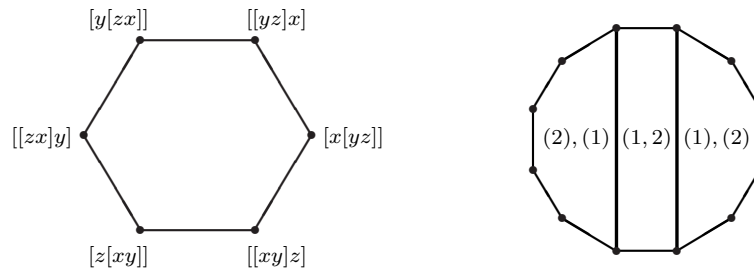


# 高位ホモトピー可換性と cyclohedron について

河本 裕介 (防衛大学校)

(非)可換代数とトポロジー (信州大学, 2011年3月)



## 要旨

ホップ空間の高位ホモトピー結合性は菅原 [11] により最初に研究され、後に Stasheff [10] は結合多面体 (associahedron) を構成することにより菅原の定義を精密化し、 $A_n$ -空間の概念を導入している。また位相モノイドの高位ホモトピー可換性の概念も菅原 [12] により最初に導入され、後に Williams [13] は置換多面体 (permutohedron) を用いた定義を与えている。

本講演の前半では、置換結合多面体 (permuto-associahedron) と  $C_n$ -空間について説明する。置換結合多面体は置換多面体と結合多面体を合成した多面体であり、Kapranov [5] により最初に構成され、後に Reiner-Ziegler [9] により凸多面体としての再構成が行われている。また逸見-河本 [3] は置換結合多面体を用いて  $C_n$ -空間と呼ばれるホップ空間の高位ホモトピー可換性の概念を導入しており、その応用として逸見-河本 [3], 河本 [6] では、Hubbuck [4], Lin [7] のトーラス定理などを奇素数の場合や無限次元空間の場合に一般化するための研究が行われている。

Kapranov が置換結合多面体を構成したのとほぼ同時期に Bott-Taubes [1] は単体 (simplex) と結合多面体を合成した周期多面体 (cyclohedron) を構成し, Markl [8], Devadoss [2] らがその構造を詳しく研究している. 本講演の後半では, 置換結合多面体の周期多面体による自然な分割について説明を行う. また周期多面体を用いて  $C'_n$ -空間と呼ばれるホップ空間の新たな高位ホモトピー可換性の概念を導入し, 置換結合多面体の周期多面体による分割を用いて  $C_n$ -空間 と  $C'_n$ -空間の関係について調べる.

## 参考文献

- [1] R. Bott and C. Taubes, *On the self-linking of knots*, J. Math. Phys. **35** (1994), 5247–5287.
- [2] S. L. Devadoss, *A space of cyclohedra*, Discrete Comput. Geom. **29** (2003), 61–75.
- [3] Y. Hemmi and Y. Kawamoto, Higher homotopy commutativity of  $H$ -spaces and the permuto-associahedra, Trans. Amer. Math. Soc. **356** (2004), 3823–3839.
- [4] J. R. Hubbuck, *On homotopy commutative  $H$ -spaces*, Topology **8** (1969), 119–126.
- [5] M. M. Kapranov, *The permutoassociahedron, Mac Lane’s coherence theorem and asymptotic zones for the KZ equation*, J. Pure Appl. Algebra **85** (1993), 119–142.
- [6] Y. Kawamoto, Higher homotopy commutativity of  $H$ -spaces and homotopy localizations, Pacific J. Math. **231** (2007), 103–126.
- [7] J. P. Lin, *A cohomological proof of the torus theorem*, Math. Z. **190** (1985), 469–476.
- [8] M. Markl, *Simplex, associahedron and cyclohedron*, Higher homotopy structures in topology and mathematical physics, 235–265, Contemp. Math. **227**, Amer. Math. Soc., 1999.
- [9] V. Reiner and G. M. Ziegler, *Coxeter-associahedra*, Mathematika **41** (1994), 364–393.
- [10] J. D. Stasheff, *Homotopy associativity of  $H$ -spaces*, I, II, Trans. Amer. Math. Soc. **108** (1963), 275–292, 293–312.
- [11] M. Sugawara, *A condition that a space is group-like*, Math. J. Okayama Univ. **7** (1957), 123–149.
- [12] ———, *On the homotopy commutativity of groups and loop spaces*, Mem. College Sci. Univ. Kyoto Ser. A **33** (1960), 257–269.
- [13] F. D. Williams, *Higher homotopy-commutativity*, Trans. Amer. Math. Soc. **139** (1969), 191–206.