

Hochschild コホモロジーと Calabi-Yau 三角圏

長瀬 潤 (東京学芸大学)

代数の Hochschild コホモロジーは多くの構造を持っており、様々な分野に現れる. この講演ではサポート多様体の観点から研究された Hochschild コホモロジーに関する幾つかの結果を紹介する.

代数 A の Hochschild コホモロジー代数 $\mathrm{HH}(A)$ に関して、良い有限性条件 ($\mathrm{Ext}_A(A/J, A/J)$ が $\mathrm{HH}(A)$ 上ネター加群となる.) が成立しているとき、 A -加群のサポート多様体が良い性質をもつことから、この有限性条件の下での研究が行われている ([3], [2], [1] 参照). 特に, P. A. Bergh は [1] において、この有限性条件の下で、Cohen-Macaulay A -加群の安定圏が Calabi-Yau 三角圏になっていれば、次が成立することを示している.

任意の有限生成 A -加群 M, N に対し、

$$\mathrm{Ext}_A^n(M, N) = 0 \ (n \gg 0) \implies \mathrm{Ext}_A^n(N, M) = 0 \ (n \gg 0)$$

この結果は、毛利と Smith [4] によって導入された非可換代数の交叉数に関する予想に部分的な解答を与えている. このことから、良い有限性条件を満たし、Cohen-Macaulay 加群の安定圏が Calabi-Yau 三角圏となる代数の具体例を列挙することは興味深いことである. 有限群の群環がこれらの条件を満たす典型例であるが、時間が許せば、群環以外の具体例を紹介したい.

参考文献

- [1] P. A. Bergh: *On the vanishing cohomology in triangulated categories*, arxiv 0811.2684.
- [2] P. A. Bergh, S. B. Iyengar, H. Krause, S. Oppermann: *Dimensions of triangulated categories via Koszul objects*, arxiv 0802.0952.
- [3] K. Erdmann, M. Holloway, N. Snashall, Ø. Solberg and R. Taillefer: *Support varieties for self-injective algebras*, *K-theory* **33** (2004), no. 1, 67–87.
- [4] I. Mori, S. P. Smith: *Bézout’s Theorem for Non-commutative Projective Spaces*, *J. Pure Appl. Algebra* **157** (2001), 279–299.